AFTERMATH

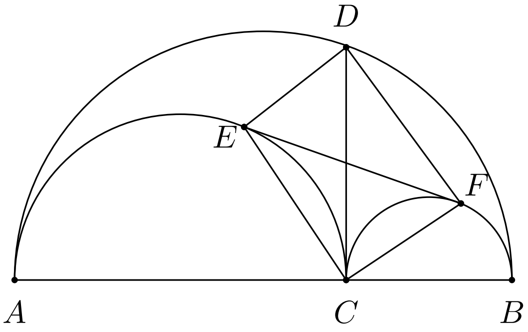
LØSNINGER

Opgaverne i sidste nr. var ren nostalgi; et sæt studentereksamensopgaver fra tiden før Kristensen og Rindung, in casu sættet fra 1961. Problemklubben "Con Amore" har været så venlig at give en smuk og udførlig løsning, som er ret omfattende. Jeg vælger derfor at bringe et eksempel her, mens hele historien findes på hjemmesiden:

http://www.matilde.mathematics.dk/arkiv/M34/conamore.pdf

NYE OPGAVER

Firkantet



Lad C være et vilkårligt punkt på liniestykket AB mellem A og B, og tegn halvcirkler til samme side over diametrene AB, AC og CB. Lad D være det punkt på halvcirklen AB, der har CD vinkelret på AB, og lad EF være fællestangenten til de to små halvcirkler.

Vis, at $ECFD$ er et rektangel.

Trekantet

En trekant er tegnet på ternet papir, så alle tre hjørner er i skæringspunkter (punkter med heltallige koordinater). Lad nu r være antallet af skæringspunkter på randen og i antallet af skæringspunkter i det indre af trekanten. Vis, at arealet af trekanten er

$$i + \tfrac{1}{2}r - 1$$

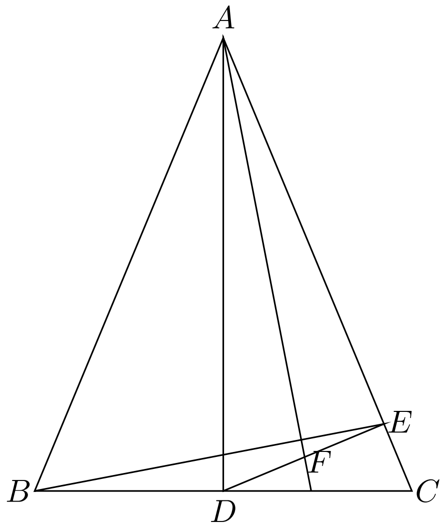
Eksponentielt

Når man får at vide, at tallet 2^{29} er 9–cifret, og at de 9 cifre alle er forskellige, kan man så uden at udregne tallet bestemme, hvilket ciffer der mangler?

Kvadratisk

n er et helt tal, så $2n + 1$ er et kvadrattal. Vis, $n + 1$ er sum af to sukcessive kvadrattal.

Trekantet



Trekanten $\triangle ABC$ er ligebenet med $AB = AC$, D er midtpunktet på BC, E på AC er det punkt, hvor ED er vinkelret på AC og F er midtpunktet af DE.

Vis, at AF står vinkelret på BE.

Heltalligt

Givet et naturligt tal, n, bestem antallet af firsæt, (a, b, c, d), så at $0 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq n$.

Polynomielt

Lad a, b og c være ulige, hele tal. Vis, at ligningen

$$ax + bx + c = 0$$

ikke kan have en rational rod.