

練習問題その3 (解答)

問題 1. $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ は線形写像、 $G \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 、 $G \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ため、授業ノートの命題2より、

$$G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

であることが分かる。

問題 2. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{2} & -\sin \frac{\pi}{2} \\ \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

問題 3. (1) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ は異なるため、 $F_{\pi/2} \circ G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ と $G \circ F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ も異なる。

問題 4. (1) 合成写像 $F_{\pi/2} \circ G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ は、直線 $y = x$ に関して対称な点を対応させる線形写像である。

(2) 合成写像 $G \circ F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ は、直線 $y = -x$ に関して対称な点を対応させる線形写像である。