

### Skriftlig opgave til uge 13

1° Vis, at Riemanns zeta-funktion

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

er veldefineret og kontinuert for  $x \in ]1, \infty[$ .

(Vink. Find en majorant på intervallet  $[s, \infty[$ , hvor  $s > 1$  er et fast men vilkårligt tal.)

2° Vis, at  $\zeta(x) \rightarrow \infty$  for  $x \rightarrow 1$  og at  $\zeta(x) \rightarrow 0$  for  $x \rightarrow \infty$ .

3° Vis, at  $\zeta$  er differentiabel med

$$\zeta'(x) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n^x}.$$

4° Gør rede for at  $\zeta$  er vilkårligt ofte differentiabel.