DATALOGI A
Projekt B

Dette projekt er et af fem obligatoriske projekter der tilsammen udgør eksamen i Datalogi A. Projektet besvares i grupper på 2; eventuelt efter forudgående aftale med instruktor i grupper på 1 eller 3.

Projektet afleveres senest mandag den **20. oktober** klokken **12** på Matematik-Økonomi sekretariatet, E-bygningens fjerde sal. Projektkvitteringsark bedes vedlagt.

1 Baggrund

Vi betragter funktionen $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ givet ved

$$g(x) = \begin{cases} \sin(x)\ln(x^4 + 4x^3 + 4x^2) & x \notin \{-2, 0\} \\ 0 & x \in \{-2, 0\} \end{cases}$$

En matematisk analyse af funktionen viser at den har følgende egenskaber:

(i) g er kontinuert i ethvert $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2\}$, men g er ikke kontinuert i -2.

(ii) g er differentiabel i ethvert $x \in \mathbb{R}\backslash\{-2, 0\}$, men g er ikke differentiabel i $\{-2, 0\}$.

En del af projektet har til formål at benytte g til at se nærmere på *Middelværdisætningen* (Adams side 254):

Sætning 1.1
Antag at f er en funktion der er kontinuert på det lukkede begrænsede interval $[a, b]$ og differentiabel på det åbne interval $]a, b[$. Så findes der et punkt c i intervallet $]a, b[$ sådan at

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c). \tag{1}$$

Bemærk at Sætning 1.1 gælder hvis vi sætter $f = g$ og $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{2}$. Man får

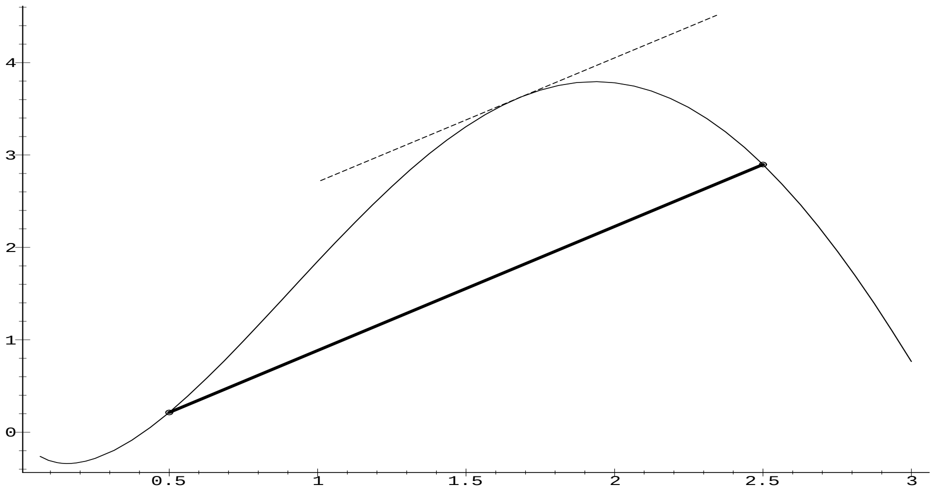
$$\begin{aligned} \frac{g(b) - g(a)}{b - a} &= -\frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}\ln\frac{25}{16} + \frac{1}{2}\sin\frac{5}{2}\ln\frac{2025}{16} \\ &\simeq 1.341542187, \end{aligned}$$

og ved numeriske beregninger fås vha. Maple at med

$$c \simeq 1.676904161.$$

gælder (1).

Dette kan illustreres grafisk som på Figur 1, jf. diskussionen i Adams, s. 254. Her er korden gennem $(a, g(a))$ og $(b, g(b))$ tegnet i fed, mens tangenten gennem $(c, g(c))$ er stiplet.



Figur 1: g fra $\frac{1}{2}$ til $\frac{5}{2}$

2 Opgavetekst

1. Generér med Maple et plot af g. Sørg specielt for at plottet giver et klart billede af g's opførsel omkring -2.

2. (a) Benyt Maples faciliteter for symbolsk udregning af grænseværdier til at kontrollere at g er kontinuert i 0, men ikke i -2.

   (b) Benyt Maples faciliteter for symbolsk udregning af grænseværdier til at kontrollere at g ikke er differentiabel i 0. Benyt Maples faciliteter for generering af plots til at illustrere resultaterne ved at "zoome ind" på grafen.

3. (a) Find et interval $[a, b]$ hvor sætning 1.1 gælder, og hvor der er to forskellige punkter c_1 og c_2 i intervallet $]a, b[$ så

$$\frac{g(b) - g(a)}{b - a} = g'(c_1) = g'(c_2)$$

Illustrér resultatet med plot på samme måde som i Figur 1.

(b) Find et interval $[a, b]$ hvor sætning 1.1 *ikke* gælder, og hvor der *ikke* er nogen punkter c i intervallet $]a, b[$ så

$$\frac{g(b) - g(a)}{b - a} = g'(c)$$

Illustrér med plot.

3 Rapport

Projektet besvares med skriftlig rapport skrevet i LaTeX2e. Rapporten skal indeholde en beskrivelse af baggrundsmaterialet, således at den kan læses uden at man er bekendt med opgaveteksten. Rapporten skal indeholde plots genereret med Maple og et passende udvalg af de Maple kommandoer der er udført ved studiet af g. Det er imidlertid *ikke* nødvendigt at inkludere de kommandoer der er benyttet ved fremstillingen af plot – plottet selv er dokumentation nok.

Der lægges vægt på at plots er producerede så de tydeligt illustrerer de studerede matematiske fænomener, og at rapporten fremtræder klar og læselig.

4 Konsultationer og maskinadgang

Der er programsat konsultationstimer som følger:

Uge	Antal konsultationstimer
40	10
41	15
42	0

Der gøres endvidere opmærksom på at A108 vil være *lukket* den 13.10 og 14.10.