

## 練習問題その 1

**問題 1.** 次の部分集合  $W_1, W_2, W_3 \subset \mathbb{R}^3$  について、 $(W_1, +, \cdot), (W_2, +, \cdot), (W_3, +, \cdot)$  は、ユークリッド空間  $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$  の部分空間であるかどうかを調べよ。

$$W_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$$

$$W_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_1 + 2x_2 - x_3 \neq 0\}$$

$$W_3 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 0\}$$

**問題 2.** 命題 7 は条件 (i) を次の条件 (i') で置き換えても成り立つことを示せ。

(i')  $W$  は空集合でない。

**問題 3.** 次の部分集合  $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$  について、 $(W_1, +, \cdot), (W_2, +, \cdot)$  はユークリッド空間  $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$  の部分空間であることを示せ。

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} t \\ 3t \\ 5t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}, \quad W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} s+t \\ 3s+2t \\ -s \end{pmatrix} \mid s, t \in \mathbb{R} \right\}$$

**問題 4.** ベクトル空間  $(V, +, \cdot)$  を例 6 で定義された関数空間とする。このとき、任意の微分関数  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  からなる部分集合  $W \subset V$  は命題 7 の性質 (i)—(iii) を満たすことを示せ。