

## 練習問題その5

**問題 1.** 線形写像  $F: U \rightarrow V$  をおいておく。 $F$  は全単射のとき、 $F^{-1}: V \rightarrow U$  も線形写像であることを示せ。

**問題 2.** 例 7 に於けるベクトル空間  $U$  とその基底  $R \subset U$  を思い出す。以下のように定める線形写像  $G, H: U \rightarrow \mathbb{R}^2$  の基底  $R \subset U$  と基本基底  $S = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\} \subset \mathbb{R}^2$  に関する表現行列  $B, C$  を求めよ。

$$G \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}, \quad H \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$$

**問題 3.** 次のように定める基底  $R \subset \mathbb{R}^2$  と  $S \subset \mathbb{R}^2$  に関する恒等写像  $\text{id}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  の表現行列を求めよ。

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

**問題 4.** 次の線形写像  $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  の与えられた基底  $R \subset \mathbb{R}^3$  と  $S \subset \mathbb{R}^2$  に関する表現行列  $A$  を求めよ。

$$F \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 4y + z \\ x + 5y + 3z \end{pmatrix}$$
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$