

練習問題その 1 1

問題 1. 以下の対称行列 A の固有値 λ_1, λ_2 とそれらに属する固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

問題 2. 対称行列 A に関して、「 $A^2 = O$ ならば $A = O$ 」を示せ。

(ヒント: A は対称行列なので、 $A^2 = ({}^t A)A$ である。)

問題 3. P, Q を直交行列とする。次の命題を示せ。

(i) P^{-1} は直交行列である。

(ii) PQ は直交行列である。

問題 4. n 次の正方行列 P に対して、次の性質 (i)–(ii) は同値であることを示す。

(i) P の列ベクトルからなる部分集合 $S \subset \mathbb{R}^n$ は正規直交である。

(ii) P の行ベクトルからなる部分集合 $T \subset \mathbb{R}^n$ は正規直交である。