

練習問題その9

問題 1. ベクトル空間 V に対して、空集合 $\emptyset \subset V$ で生成された部分空間 $W \subset V$ を求めよ。

問題 2. ユークリッド空間 \mathbb{R}^2 において、 $S \subset \mathbb{R}^2$ を次のベクトルからなる部分集合とする。

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

次の命題を示せ。「 $ad - bc \neq 0$ のとき、 S は、 \mathbb{R}^2 を生成する」

問題 3. ベクトル空間 V とその部分集合 $S \subset V$ に対して、次の命題を示せ。「 $\mathbf{0} \in S$ のとき、 S は 1 次従属である」

問題 4. ユークリッド空間 \mathbb{R}^n と k 個のベクトルからなる部分集合 $S = \{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_k\}$ に対して、次の命題を示せ。「 $k > n$ なら、必ず S は 1 次従属である」

(ヒント：命題 9 を使えばよい。)