練習問題その４ (解答)

問題 1. (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 2$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 2$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 2$

(4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 3$

(5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 3$

(6) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\mathrm{rank} = 2$

問題 2. (1) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (c \in \mathbb{R})$

(2) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/7 \\ 0 \\ 1/7 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (c \in \mathbb{R})$

(3) 解なし

(4) $$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (c \in \mathbb{R})$$

(5) $$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

(6) $$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (c_1, c_2 \in \mathbb{R})$$

問題 3. $a \neq 0$ かつ $a \neq 3$ のとき、簡約化した行列 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad \mathrm{rank} = 2$ である。

$a = 0$ のとき、簡約化した行列 $= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\quad \mathrm{rank} = 1$ である。

$a = 3$ のとき、簡約化した行列 $= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\quad \mathrm{rank} = 1$ である。

問題 4. $a \neq 11$ のとき、簡約化した行列 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad \mathrm{rank} = 3$ である。

$a = 11$ のとき、簡約化した行列 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\quad \mathrm{rank} = 2$ である。