

幾何学概論I：レポート問題その3

5月14日 17:00までに提出下さい。

問題 1. 開集合 $U \subset \mathbb{R}^2$ に対して、ド・ラーム複体

$$0 \longrightarrow \Omega^0(U) \xrightarrow{d} \Omega^1(U) \xrightarrow{d} \Omega^2(U) \longrightarrow 0$$

と次のように定義された複体は、同型であることを示せ。

$$0 \longrightarrow C^\infty(U, \mathbb{R}) \xrightarrow{\text{grad}} C^\infty(U, \mathbb{R}^2) \xrightarrow{\text{rot}} C^\infty(U, \mathbb{R}) \longrightarrow 0$$

ここで、grad と rot は、それぞれの授業第1番で定義された勾配と回転と呼ばれる線形写像である。