

練習問題その1

問題1. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ と $B = \{a, b, c\}$ において、次の様な写像を求めよ。

- (1) 全射 $f: A \rightarrow B$
- (2) 全射でない写像 $g: A \rightarrow B$
- (3) 単射 $h: B \rightarrow A$
- (4) 単射でない写像 $i: B \rightarrow A$

問題2. 写像 $f: A \rightarrow B$ と $g: B \rightarrow C$ において、合成写像 $g \circ f: A \rightarrow C$ は全単射であること を仮定する。次の問題に答えよ。

- (1) 写像 $f: A \rightarrow B$ は必ず全射であるか？必ず単射であるか？
 - (2) 写像 $g: B \rightarrow C$ は必ず全射であるか？必ず単射であるか？
- (ヒント：例を考えよ。)

問題3. 写像 $f: A \rightarrow B$ と部分集合 $U \subset A$ 、 $V \subset B$ をおいておく。次の命題を示せ。

- (1) 「 $f: A \rightarrow B$ は全射」ならば 「 $f(f^{-1}(V)) = V$ 」
- (2) 「 $f: A \rightarrow B$ は単射」ならば 「 $f^{-1}(f(U)) = U$ 」

問題4. 次の区間をおいておく。

$$[0, 1] = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$$
$$[0, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$$

全単射 $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1)$ を求めよ。