

練習問題その10

問題 1. 教科書の問題3.2その3(1)、(8)、(11)を答えよ。

問題 2. 次の形の正方行列は、**上三角行列**と呼ばれる。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

すなわち、 $i > j$ のとき、 $a_{ij} = 0$ である。帰納法を用いて、次の公式を示せ。

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33}\dots a_{nn}$$

問題 3. 基本行列 $P_i(s)$, $T_{i,j}$ と $E_{i,j}(s)$ の行列式を求めよ。

問題 4. n 次の正方行列 D をおいておく。帰納法を用いて、 m 次の正方行列 A と $m \times n$ 型の行列 B に対して、次の公式を示せ。

$$\det \begin{pmatrix} A & B \\ O & D \end{pmatrix} = \det(A) \det(D)$$

(まず、 $m = 1$ のときを考えればよい。)