

## 練習問題その3

問題 1. 平面の  $x$  軸に関して対称な点を対応させる線形写像  $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  を、以下のように表す。成分  $b_{ij}$  を求めよ。

$$G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

問題 2. 原点  $O$  を中心とし  $\pi/2$  回転させる線形写像  $F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  を、次のように表す。

$$F_{\pi/2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

成分  $a_{ij}$  を求めよ。

問題 3. 問題 1 と 3 で定義された線形写像  $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  と  $F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  において、合成写像  $F_{\pi/2} \circ G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  と  $G \circ F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  を次のように表す。

$$(F_{\pi/2} \circ G) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{かつ} \quad (G \circ F_{\pi/2}) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

次の問題に答えよ。

(1) 成分  $c_{ij}$  を求めよ。

(2) 成分  $d_{ij}$  を求めよ。

(3) 線形写像  $F_{\pi/2} \circ G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  と  $G \circ F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  は等しいか？

問題 4. 問題 1 と 3 で定義された線形写像  $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  と  $F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  は、次の幾何的な記述を持つ。

(i)  $G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  は、 $x$  軸に関して対称な点を対応させる線形写像である。

(ii)  $F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  は、原点  $O$  に関して角  $\pi/2$  回転させる線形写像である。

次の問題に答えよ。

(1) 線形写像  $F_{\pi/2} \circ G: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  について、幾何的な記述を求めよ。

(2) 線形写像  $G \circ F_{\pi/2}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  について、幾何的な記述を求めよ。