練習問題その３ (解答)

<u>問題</u> 1. $G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ は線形写像であり、$G\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$、$G\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ なので、授業ノートの命題２より、

$$G\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

であることが分かる。

<u>問題</u> 2. $\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\a_{21} & a_{22}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{2} & -\sin\frac{\pi}{2}\\\sin\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}$

<u>問題</u> 3. (1) $\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\c_{21} & c_{22}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}d_{11} & d_{12}\\d_{21} & d_{22}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -1\\1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & -1\\-1 & 0\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$ と $\begin{pmatrix}0 & -1\\-1 & 0\end{pmatrix}$ は異なるので、$F_{\pi/2} \circ G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ と $G \circ F_{\pi/2}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ も異なる。

<u>問題</u> 4. (1) 合成写像 $F_{\pi/2} \circ G\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ は、直線 $y = x$ に関して対称な点を対応させる線形写像である。

(2) 合成写像 $G \circ F_{\pi/2}\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ は、直線 $y = -x$ に関して対称な点を対応させる線形写像である。