

Mat 2AN — Analyse — E01 — Ugeseddel nr. 12

Forelæsningerne i uge 47: §1 i HR om Hilbertrum blev læst færdigt. (Jeg gennemgik kun sidste halvdel af Sætning 1.16 — læs selv første halvdel.) Vi fortsatte i uddelte supplerende noter om Lebesgue integralet. (Disse noter kan også hentes fra kursets hjemmeside.) Formålet hermed er at etablere Hilbertrummet $L_2([a, b])$. Vi nåede frem til og med Sætning 1.10 (om Borelfunktioner).

Hovedemner fra sidste uges forelæsning: Repetition af definitionen af $\text{span}\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ (og mere generelt $\text{span}(A)$) i Hilbertrum. Repetition af afsluttede (og ikke-afsluttede) underrum i Hilbertrum. Ortonormale sæt og ortonormalbaser for Hilbertrum. Herunder den vigtige konvergente række $u = \sum_{j=1}^{\infty} (x, e_j) e_j$ for $x \in H$ hørende til et ortonormalt sæt $(e_j)_{j \in \mathbb{N}}$. Beviserne for Sætning 1.13, 1.14 og 1.15. Separable Hilbertrum og sætning om eksistens af tællelige ortonormalbaser i separable Hilbertrum (Sætning 1.16).

Introduktion til Lebesgue integralet (Sætning 1.3 om integration efter x - hhv. y -aksen). Borelmængder, Lebesguemålet og Borelfunktioner.

Forelæsningerne i uge 48: De supplerende noter om Lebesgue integralet læses færdigt, og vi fortsætter i HR §2 om Fourierrækker.

Trykfejl i supplerende noter om Lebesgue integralet: I næstsidste linie side 5 skal “ $f_-(t) = \min\{-f(t), 0\}$ ” rettes til “ $f_-(t) = \max\{-f(t), 0\}$ ”. Betingelse (m3) skal ændres til:

(m3) $m([a, b]) = b - a$ for alle $a, b \in \mathbb{R}$ med $a < b$.

12. og sidste obligatoriske hjemmeopgave — afleveres i uge 50: Opgave 3 (a), (b), (c) og (d) fra 2AN eksamenen juni 1999.

Øvelserne i uge 49: Opgave 4, 5, 6, 7 og 8 i de supplerende noter om Lebesgue integralet (+ opgaverne fra sidste ugeseddel, som I ikke nåede at regne). Regn endvidere den supplerende opgave, og opgave 2.1, 2.2 og 2.14 i HR.

Opgave 1: Vis at der ikke findes noget indre produkt $(\cdot, \cdot)_u$ på $C([0, 1], \mathbb{C})$, som opfylder

$$(f, f)_u = \|f\|_u^2, \quad f \in C([0, 1], \mathbb{C}),$$

hvor $\|\cdot\|_u$ som sædvanligt er givet ved $\|f\|_u = \sup\{|f(t)| \mid t \in [0, 1]\}$. [Vink: Parallelogramidentiteten!]