

Københavns Universitet
Naturvidenskabelig kandidateksamen, januar 1995

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1
(ca. 20 point)

Bestem integralerne

a) $\int (x^5 - 3x^2 + 2x - 1) dx$

b) $\int x \cdot e^x dx$

c) $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5} dx$

Bestem tallet

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(2x+1) \cdot \cos(2x+1) dx$

Opgave 2
(ca. 20 point)

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 8x - 13 ,$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 7 .$$

Skitser graferne for f og g i et koordinatsystem.

De to grafer afgrænser et område, der har et areal.

Beregn dette areal.

Grafen for g , koordinatsystemets akser og linien med ligningen $x = 1$ afgrænser et område M . Når M drejes 360° om x -aksen fremkommer et omdrejningslegeme.

Beregn rumfanget af dette omdrejningslegeme.

Opgave 3
(ca. 30 point)

Bestem for $x > -2$ den løsning til differentialligningen

$$y' + \frac{1}{x+2}y = 3x - 2 .$$

som opfylder $y(2) = 3$.

Opgave 4
(ca. 30 point)

Bestem tallene a og b således, at funktionen

$$h(x) = a \cos x + b \sin x$$

er løsning til differentialligningen

$$y'' + 6y' + 9y = 20 \cos x + 10 \sin x .$$

Bestem herefter den fuldstændige løsning til denne ligning.

Opgave 5
(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 2xy .$$

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet $P(1,2)$.

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet $Q(1,0)$.

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet $R(1,-2)$.