Københavns Universitet
Naturvidenskabelig kandidateksamen, januar 1995

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1
(ca. 20 point)

Bestem integralerne

a) $\int (x^5 - 3x^2 + 2x - 1)\, dx$

b) $\int x \cdot e^x\, dx$

c) $\int \frac{x+2}{x^2+4x+5}\, dx$

Bestem tallet

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(2x+1) \cdot \cos(2x+1)\, dx$

Opgave 2
(ca. 20 point)

To funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 8x - 13 ,$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 7 .$$

Skitser graferne for f og g i et koordinatsystem.

De to grafer afgrænser et områder, der har et areal.

Beregn dette areal.

Grafen for g, koordinatsystemets akser og linien med ligningen x = 1 afgrænser et område M. Når M drejes 360° om x-aksen fremkommer et omdrejningslegeme.

Beregn rumfanget af dette omdrejningslegeme.

Opgave 3
(ca. 30 point)

Bestem for x > −2 den løsning til differentialligningen

$$y' + \frac{1}{x+2} y = 3x - 2 .$$

som opfylder y(2) = 3.

Opgave 4
(ca. 30 point)

Bestem tallene a og b således, at funktionen

$$h(x) = a\cos x + b\sin x$$

er løsning til differentialligningen

$$y'' + 6y' + 9y = 20\cos x + 10\sin x .$$

Bestem herefter den fuldstændige løsning til denne ligning.

Opgave 5
(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 2xy \ .$$

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet P(1,2).

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet Q(1,0).

Bestem den løsning hvis graf går gennem punktet R(1,−2).