

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1 (ca. 20 point)

- a) Bestem integralerne

$$\int (3x^2 + 4x - \sin x) dx$$

og

$$\int \frac{3x+1}{x^2-x-6} dx$$

- b) Bestem integralet $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$ og derefter tallet $\int_1^8 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$

- c) En funktion f af to variable x og y er givet ved

$$f(x, y) = 3xy^2 + x^3y - 3x^2 + 2y$$

Bestem $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Opgave 2

(ca. 20 point)

Løs differentiaalligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-4}{e^y}$$

Bestem den løsning f , som opfylder $f(2) = 0$.

Opgave 3

(ca. 20 point)

En funktion f er givet ved

$$f(x) = e^{-x} + \ln x.$$

Det oplyses, at grafen for f i intervallet $[1;2]$ ligger over x -aksen.

Grafen for f , x -aksen og linjerne med ligningerne $x=1$ og $x=2$ afgrænser et område M .

Beregn arealet af M .

En anden funktion g er for $x \geq -1$ givet ved

$$g(x) = x\sqrt{x+1}.$$

Grafen for g , koordinatsystemets akser og linjen med ligningen $x=1$ afgrænser et område, der drejes 360° om x -aksen.

Beregn volumenet af det derved fremkomne omdrejningslegeme.

Opgave 4
(ca. 20 point)

Løs for $x > -1$ differentialligningen

$$y' + \frac{1}{x+1}y = \sin x.$$

Opgave 5
(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$y'' + 3y' - 4y = 0.$$

Bestem derefter den fuldstændige løsning til ligningen

$$y'' + 3y' - 4y = -7 \cos x - 11 \sin x.$$