Københavns Universitet
Naturvidenskabelig kandidateksamen, januar 1996

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1
(ca. 20 point)

a) Bestem integralerne

$$\int (3x^2 + 4x - \sin x)\, dx$$

og

$$\int \frac{3x+1}{x^2-x-6}\, dx$$

b) Bestem integralet $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\, dx$ og derefter tallet $\int_1^8 \frac{1}{\sqrt{3x+1}}\, dx$

c) En funktion f af to variable x og y er givet ved

$$f(x,y) = 3xy^2 + x^3y - 3x^2 + 2y$$

Bestem $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Opgave 2

(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-4}{e^y}$$

Bestem den løsning f, som opfylder f(2) = 0.

Opgave 3

(ca. 20 point)

En funktion f er givet ved

$$f(x) = e^{-x} + \ln x.$$

Det oplyses, at grafen for f i intervallet [1;2] ligger over x-aksen.
Grafen for f, x-aksen og linjerne med ligningerne x=1 og x=2 afgrænser et område M.

Beregn arealet af M.

En anden funktion g er for x≥-1 givet ved

$$g(x) = x\sqrt{x+1}\,.$$

Grafen for g, koordinatsystemets akser og linjen med ligningen x=1 afgrænser et område, der drejes 360° om x-aksen.

Beregn volumenet af det derved fremkomne omdrejningslegeme.

Opgave 4

(ca. 20 point)

Løs for x>-1 differentialligningen

$$y' + \frac{1}{x+1} y = \sin x.$$

Opgave 5

(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$y'' + 3y' - 4y = 0.$$

Bestem derefter den fuldstændige løsning til ligningen

$$y'' + 3y' - 4y = -7\cos x - 11\sin x.$$