Københavns Universitet
Naturvidenskabelig kandidateksamen, juni 1996

Matematik for geologer

Opgavesæt til besvarelse på 4 timer.
Alle sædvanlige hjælpemidler er tilladt.

Opgavesættet består af 3 sider med ialt 5 opgaver.

Opgave 1

(ca. 25 point)

a) Bestem integralet

$$\int (x^2 + \frac{1}{3x})\, dx$$

b) Bestem tallet

$$\int_0^1 x^2 e^{-x}\, dx$$

c) En funktion f af to variable x og y er givet ved

$$f(x,y) = 3x^2 - 4xy + 4y^2 - 8y$$

Bestem $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Bestem de stationære punkter for f.

Opgave 2

(ca. 15 point)

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 - 2x \ .$$

Skitser grafen for f i et koordinatsystem.

Førsteaksem (x-aksen) og grafen for f afgrænser i fjerde kvadrant et område M.

Beregn arealet af M.

Beregn rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om x-aksen.

Opgave 3

(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$2y'' + 5y' - 3y = 0.$$

Bestem et andengradspolynomium, som er løsning til differentialligningen

$$2y'' + 5y' - 3y = -3x^2 + 4x + 14.$$

Bestem den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$2y'' + 5y' - 3y = -3x^2 + 4x + 14.$$

Opgave 4

(ca. 20 point)

Find den løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cos x,$$

hvis graf går gennem punktet (0,1).

Opgave 5

(ca. 20 point)

Løs differentialligningen

$$y' + \frac{2x}{x^2 + 1} y = x + 2 \ .$$