

Ugeseddel 4.

I uge 39 (27–29/9) gennemgik jeg materiale fra lærebogen VR, kap. 2, side 42–64.

Nøgleord: vektorer i rummet, parallel (linie med linie, plan med plan, linie med plan), vinkel (mellem to planer, mellem plan og linie, mellem to linier), normal til en plan, (retvinklet) projektion på en linie og på en plan, højrestilling (højreorientering), parameterfremstilling for linie, ligning for en plan, vektorprodukt (krydsprodukt).

Selvtest-opgaver: VR 5, 6, 7, 8 og 11. Husk, at test-dig-selv-opgaverne tages fra bogens repetitionsopgaver (side 158 i bogen). De vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$, der henvises til i opgave 5–8 er fra opgave 1. (Der er facits side 161 i bogen.)

Kommentar. To begreber knyttet til plane vektorer kan ikke (umiddelbart) generaliseres til vektorer i rummet: *tværvektor* $\hat{a}$ og *determinant* af to vektorer. Betragt en vektor $\vec{a}$ i planen. Der er da præcis 2 vektorer $\vec{x}$ (i planen), som er vinkelrette på $\vec{a}$ og har længden $|\vec{a}|$. Orienteringen i planen fortæller hvilken af disse 2 vektorer $\vec{x}$, der er tværvektoren $\hat{a}$: det ekstra krav, der fastlægger $\hat{a}$, er at den korteste drejning fra $\vec{a}$ til $\vec{x}$ er i den positive omløbsretning. Det analoge kan ikke gøres i rummet: her er der uendelig mange vektorer i rummet, som er vinkelrette på $\vec{a}$ og har en given længde, og det er ikke muligt at udvælge én bestemt af dem.

Man kan sige, at det analoge begreb for vektorer i rummet faktisk er vektorproduktet. Betragt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ i rummet, og lad $v = \angle(\vec{a}, \vec{b})$ være vinklen imellem dem. Der er da præcis 2 vektorer $\vec{x}$ i rummet, som er vinkelrette på både $\vec{a}$ og $\vec{b}$ og har længden $|\vec{a}| |\vec{b}| \sin v$. Orienteringen i rummet fortæller hvilke af disse to vektorer $\vec{x}$, der er vektorproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$: det ekstra krav, der fastlægger $\vec{x}$, er at $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}$ er i højrestilling.

At de tre vektorer $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}$ (afsat ud fra et fælles begyndelsespunkt) er i *højrestilling*, kan afgøres sådan: Anbring din højre hånd vinkelret på planen bestemt ved $\vec{a}$ og $\vec{b}$, og krummet så at håndfladen vender ind mod begyndelsespunktet; måske er det nemmest at tænke på at du griber med højre hånd omkring linien bestemt ved $\vec{x}$. Gør det sådan, at den drejningsretning, der bestemmes af dine krummede fingres retning (excl. tommelen), er den korteste drejning fra $\vec{a}$ mod $\vec{b}$. Da skal tommelen pege i samme retning som $\vec{x}$.

I øvrigt synes jeg, at det ikke kan understreges nok, at vektorproduktet kan udnyttes til at bestemme normalvektorer til en given plan: Bestem først to vektorer $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ i planen (eller parallelle med planen); er fx P_0, P_1, P_2 tre punkter, der udgør en trekant i planen, kan man bruge $\vec{r}_1 = \overrightarrow{P_0P_1}$ og $\vec{r}_2 = \overrightarrow{P_0P_2}$. Herefter er vektorproduktet $\vec{n} := \vec{r}_1 \times \vec{r}_2$ en normalvektor til planen.

Planer. I uge 40 (4–6/10) regner jeg med at nå en stor del af VR, kapitel 3, om vektorfunktioner. Men lidt tid må jeg jo bruge på de sidste sider i kapitel 2.

Ugens øvelser, fra SO2: 3, og fra VR: 53, 55, 56, 60, 65, 67, 70, 83, 84, 85.

Bemærk, at numre fra lærebøgerne, på opgaver beregnet til gennemgang eller aflevering ved de ugentlige øvelser, refererer til de fortløbende opgaver og ikke til repetitionsopgaverne. Fx refererer VR: 53 til opgaven(=øvelsen) i bogen på side 46.

Anders Thorup