

Ugeseddel 7.

I uge 43 (25/10–27/10) gennemgik jeg materiale fra „Supplerende noter, geometri“, SNG3. Det blev ikke nået i alle detaljer, så du må selv læse det sidste. Bemærk, at man på oversigten over materiale til kurset (klik [HER](#) på hjemmesiden) nederst kan finde en oversigt over lineære afbildninger, i PostScript og i PDF-format.

Nøgleord: Lineær (vektor)afbildning, matrix, række og søjle, determinant, arealforhold, bijektion eller bijektiv afbildning, produkt af matricer.

Kommentar. En vektorafbildning $T: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$ kaldes *bijektiv*, hvis der for hver vektor $\vec{v}$ findes en og kun én vektor $\vec{x}$ med $T(\vec{x}) = \vec{v}$. Med andre ord: for at undersøge om T er bijektiv, skal man for hver vektor $\vec{v}$ betragte ligningen $T(\vec{x}) = \vec{v}$; hvis denne ligning (for en eller anden vektor $\vec{v}$) har enten ingen løsninger $\vec{x}$ eller mere end én løsning $\vec{x}$, så er afbildningen ikke bijektiv. Til en bijektiv afbildning T hører *den inverse afbildning* T^{-1} , bestemt ved

$$T^{-1}(\vec{v}) := (\text{den entydigt bestemte vektor } \vec{x}, \text{ som opfylder } T(\vec{x}) = \vec{v}).$$

En lineær afbildning $T: \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{V}$, med tilhørende matrix $A = (\vec{a}_1, \vec{a}_2)$, er bijektiv, hvis og kun hvis $\det A \neq 0$. Ligningen, der skal undersøges, har her formen:

$$x_1 \vec{a}_1 + x_2 \vec{a}_2 = \vec{v}.$$

Ligninger af denne type, hvor den ubekendte er vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, er behandlet i [VR, side 38–40]. Det fremgår, at når $\det(\vec{a}_1, \vec{a}_2) \neq 0$, så har ligningen præcis én løsning $\vec{x}$.

Kommentar. Et par af to tal x_1 og x_2 kan enten skrives som en *række* (x_1, x_2) eller som en *søjle* $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Lærebogen [VR] bruger konsekvent „række-notationen“ for koordinaterne til et punkt i planen og „søjle-notationen“ for koordinaterne til en vektor. I SNG3 fra kompendiet bruges de to notationer i flæng til at angive koordinaterne til en vektor.

Kommentar. Det skader da ikke at vide, at matricer kan defineres mere generelt end i SNG3: En $p \times n$ -matrix er et rektangulært skema af tal, med p rækker og n søjler. Matricerne i SNG3 er altså mere præcist 2×2 -matricer og en søjle $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ er en 2×1 -matrix.

For en enkelt række A af n tal $a_1, \dots, a_n$ og en enkelt søjle B af lige så mange tal $b_1, \dots, b_n$ defineres *produktet* AB som tallet

$$AB := a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n.$$

I almindelighed, for en $p \times n$ -matrix A og en $n \times q$ -matrix B defineres *produktet* AB som den $p \times q$ -matrix, hvori tallet i i 'te række og j 'te søjle er produktet af i 'te række i A og j 'te søjle i B . Produktet er kun defineret, når antallet af søjler i A er lig med antallet af rækker i B ; det er det der sikrer, at en række fra A og en søjle fra B indeholder lige mange tal.

Planer. I uge 44 (1/11–2/11) begynder vi ved forelæsningerne på kursets anden del. Jeg gennemgår ID1–2, altså paragrafferne 1 og 2 fra lærebogen [ID].

Ugens øvelser, SO2: **10**, 11, **16**; SNG: 107, 109, 111, 120, 121, 122, 123.

Øvelserne fra SNG findes i kompendiet, SNG side 20.

Anders Thorup