

Ugeseddel 13.

I uge 49 (6/12–8/12) gennemgik jeg fra SNID6 side 6.1–6.10.

Nøgleord: Graf for funktion af 2 variable; partielle afledede $\partial f/\partial x$, af $f(x, y)$ mht x ; maksimums- og minimuspunkt; stationært punkt; tangentplan. Repetitionsopgaver fra ID: 76, 79.

Kommentar. For en given funktion $f(x, y)$ af to variable fås *den partielle afledede mht x* ved at differentiere den funktion af x , der fremkommer ved at give y en bestemt fast værdi i $f(x, y)$. I udtrykket for f kan man ved differentiationen tænke på y som en konstant. Betegnelsen er $\frac{\partial f}{\partial x}$ eller $\partial f/\partial x$ [Det udtales: ‘d-f-d-x’]. Tilsvarende fås $\partial f/\partial y$ ved at *differentiere partielt mht y* . Efter indgåelse af en kontrakt: $z = f(x, y)$, kan man bruge betegnelserne $\partial z/\partial x$ og $\partial z/\partial y$. Bemærk, at $\partial f/\partial x$ og $\partial f/\partial y$ igen er funktioner af to variable.

De partielle afledede indgår ofte i undersøgelser af *minimumspunkter* for en funktion $f(x, y)$, dvs punkter, hvori funktionen antager sit *minimum* (eller mindste værdi). Hvis (x_0, y_0) er et sådant punkt, altså $f(x_0, y_0) \leq f(x, y)$ for alle x, y , og funktionen f er defineret i alle punkter tæt ved (x_0, y_0) , så gælder de to ligninger:

$$\partial f/\partial x = 0, \quad \partial f/\partial y = 0.$$

Det er to ligninger med to ubekendte, og løsningerne kaldes *stationære punkter for f* . Minimumspunkter (og tilsvarende maksimumspunkter), skal altså søges blandt de stationære punkter.

Kommentar. Der er ikke noget i vejen for at bruge andre bogstaver: For funktionen $u(x, t) = e^{-cn^2t} \sin nx$ finder vi [gør det nu!]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -cn^2 e^{-cn^2t} \sin nx, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = ne^{-cn^2t} \cos nx, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -n^2 e^{-cn^2t} \sin nx.$$

Notationen $\partial^2 u/\partial x^2$ betegner, at der to gange er differentieret mht x . Tilsvarende kan man betragte $\partial^2 u/\partial t^2$, og man kan betragte blandede afledede $\partial^2 u/\partial x \partial t$. Her gælder i øvrigt, for alle (pæne) funktioner, at rækkefølgen af de blandede differentiationer er ligegyldig.

Af udregningen oven for fremgår, at funktionen u tilfredsstiller følgende *partielle differentialligning*, der kaldes varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Planer. Uge 50 (13/12–15/12) er den sidste ordinære undervisningsuge. Her afslutter jeg SNID6, og runder i det hele taget kurset af.

Ugens øvelser: SO3: 12, 14, 15, 17, **18**, 23, 24, **34**, 35; ID: 175, 176, 177.

Den sidste uge før jul, uge 51, afholdes der spørgetime om onsdagen; den kan eventuelt fortsættes om torsdagen. Man kan fx spørge mig, om jeg vil gennemgå udvalgte opgaver. Der afholdes kun øvelser, såfremt et betragteligt antal deltagere ønsker det; tidspunktet (torsdag eller fredag) må i så fald aftales med instruktoren.

Anders Thorup